

國立聯合大學 101 學年度碩士班考試招生

環境與安全衛生工程系 入學考試試題

科目： 工程數學 第 1 頁共 1 頁

一、 [A]為 $m \times m$ 矩陣, [B]為 $m \times m$ 矩陣, [C]為 $m \times p$ 矩陣, [I]為 $m \times m$ 單位矩陣。請判別下列各式正確與否? (5%)

(a)若 $[B]=2[A]$ 則 $\det(B)=2^m \times \det(A)$, (b) $[A][C]=[C][A]$, (c) $[A][I]^T=[I]$,

(d) $\det(AB)=\det(B) \times \det(A)$, (e)若 $\det(B)=0$, B具有 B^{-1}

二、 解偏微分方程式(P.D.E.): $\frac{\partial u}{\partial t} = 9 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $0 < x < 10$; $t > 0$; , 邊界條件(B.C.)及初始條件(I.C.)為: (20%)

$$u(0, t) = 0; u(10, t) = 0, t > 0$$

$$u(x, 0) = 50$$

三、 試求下列問題

(a)求 $(1-t^2 + \sin 6t)$ 之拉布拉斯轉換(Laplace transform)及 $\frac{s+8}{s^4+4s^2}$ 之逆轉換 (Inverse Laplace transform)? (10%)

(b)利用 Laplace transform 解下列初始值問題(20%)?

$$y'' + 9y = r(t); y(0) = 0, y'(0) = 4; r(t) = 8 \sin(t), \text{ if } 0 < t < \pi, r(t) = 0, \text{ if } t > \pi$$

四、 請求出通解: $y' = 4y - y^2$ (10%)

五、 $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ (a)求出A之特徵值(eigenvalue)及特徵向量(eigenvector)? (10%)(b)計算 $A^{15} = ?$ (5%)

六、 一攪拌均勻之連續流廢水處理池, 其廢水流入及流出量每小時皆為 50m^3 , 廢水中BOD在池中呈一次反應而消失, 速率常數 $K=1.0 \text{ h}^{-1}$, 流入廢水中BOD的濃度為 800mg/L , 而放流水標準為 120mg/L , 初始廢水處理池BOD濃度為 120mg/L , 為符合放流水標準試設計該廢水處理池最小體積? (20%)