國立臺灣科技大學103學年度碩士班招生試題

系所組別：化學工程系碩士班

科　　目：工程數學與輸送現象

（總分為100分）

1. 空氣流經填充床(fixed bed)，床直徑 0.54 m 高 2.6 m，其中填滿直徑(D_p) 10.2 mm 玻璃球，孔隙(ε) 0.36，已知空氣流量 0.382 kg/s 密度(ρ) 1.22 kg/m^3 (平均氣壓條件下) 黏度(μ) 1.9×10^{-5} Pa•s，估算空床流速(superficial velocity, v_S)及雷諾數(Reynolds number, N_{Re})。(15%)

$$N_{\mathrm{Re}} = \frac{D_p v_S \rho}{(1-\varepsilon)\mu} \qquad \text{(definition of Reynolds number)}$$

2. 用 Bernoulli's equation 解釋銳孔流量計(orifice meter)，浮子流量計(rotameter flow meter)的量測原理。 (10%)

3. 已知過渡區擴散 (Transition-region diffusion)的成分 A 摩爾通量(N_A)，可寫作 ordinary diffusivity D_{AB} 及 knudsen diffusivity D_{KA} 的微分方程式，

$$N_A = -\frac{D_{NA}P}{RT}\frac{dx_A}{dz} \quad \text{，其中} \quad D_{NA} = \frac{1}{(1-\alpha x_A)/D_{AB} + 1/D_{KA}} \quad , \alpha = 1 + \frac{N_B}{N_A}$$

P 是氣體壓力，單位 N/m^2；T 是溫度，單位 K; R 氣體常數(gas constant)=8.314 J/g mol•K；x_A 成分 A 的摩爾分率(molar fraction); N_B 是成分 B 摩爾通量。

(a) 穩態擴散條件下，請推導出下列穩態過渡區擴散的通量式(擴散長度 L) (10%)

$$N_A = \frac{D_{AB}P}{\alpha RTL}\ln\left(\frac{1-\alpha x_{A2} + D_{AB}/D_{KA}}{1-\alpha x_{A1} + D_{AB}/D_{KA}}\right)$$

(b) 298 K, 氣體壓力 0.1 atm (=1.013×10^4 Pa)條件下，毛細管(長度 0.03 m 微孔直徑 4×10^{-6} m)兩端為 He (成分 A, M.W.=4.0)及 Ar (成分 B, M.W.=39.9)混合氣體，兩端氣體摩爾分率 $x_{A1} = 0.9$, $x_{A2} = 0.1$。估算 knudsen diffusivity D_{KA} (單位 m^2/s)，過渡區擴散係數 D_{NA} (單位 m^2/s)，摩爾通量 N_A (單位 gmol/s m^2)。 (15%)

已知 D_{AB}=7.3×10^{-4} m^2/s, $\quad \dfrac{N_B}{N_A} = -\sqrt{\dfrac{M_A}{M_B}}, \quad D_{KA} = 97.0\times r\times\left(\dfrac{T}{M_A}\right)^{1/2}$

r = pore radius in m, M_A = molecular weight, D_{KA} = knudsen diffusivity in m^2/s.

4. Solve the initial value problem: $xy'' - 5y' + 10y/x = 0$; $y(1) = 2$, $y'(1) = 3$. (15%)

5. Solve the initial value problem by using the method of Laplace transform:

$$\begin{cases} x'' - 2x' + 3y' + 2y = 8 \\ 3y + 2y' - x' = 0 \end{cases}$$ with initial conditions: x(0)= y(0) = x'(0) = 0. (15%)

6. Solve the heat equation with insulated ends: $\dfrac{\partial u}{\partial t} = 2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ for $0 \le x < 6$, $t > 0$

with BCs $\dfrac{\partial u}{\partial x}(0,t) = \dfrac{\partial u}{\partial x}(6,t) = 0$ for $t \ge 0$ and IC $u(x,0) = e^{-x}$ for $0 \le x \le 6$. (20%)

國立臺灣科技大學103學年度碩士班招生試題

系所組別： 化學工程系碩士班

科　　目： 工程數學與輸送現象

（總分為100分）

TABLE *Laplace Transforms of Selected Functions*

$f(t)$	$F(s)$	$f(t)$	$F(s)$
(1) 1	$\frac{1}{s}$	(8) $t\sin(at)$	$\frac{2as}{(s^2+a^2)^2}$
(2) t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	(9) $t\cos(at)$	$\frac{s^2-a^2}{(s^2+a^2)^2}$
(3) e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	(10) $e^{at}\sin(bt)$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2}$
(4) $t^n e^{at}$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	(11) $e^{at}\cos(bt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$
(5) $e^{at}-e^{bt}$	$\frac{a-b}{(s-a)(s-b)}$	(12) $\sinh(at)$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
(6) $\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$	(13) $\cosh(at)$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
(7) $\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$	(14) $\delta(t-a)$	e^{-as}