

國立臺北科技大學 103 學年度碩士班招生考試

系所組別：1521、1522、1523 自動化科技研究所乙組

第二節 工程數學 試題

第一頁 共一頁

注意事項：

1. 本試題共六題，配分共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

1. Please find the general solutions. (15%)

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 3.5 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

2. 1) Find the eigenvalues of $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$. (5%)

2) The equation $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ x + 2y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ have no solution. Find the vector $X = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$ that

best approximates a solution. (10%)

3. Please prove the following theorem.

Let A , B , C and D with appropriate dimensions. If A , $D - CA^{-1}B$, and D are nonsingular, then $(A - BD^{-1}C)^{-1}$ is nonsingular, and

$$(A - BD^{-1}C)^{-1} = A^{-1} + A^{-1}B(D - CA^{-1}B)CA^{-1}. \quad (20\%)$$

4. Let $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

(1) Find the eigenvalues? (5%)

(2) The corresponding orthonormal eigenvectors of A . (10%)

5. Let $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$, and please find the A^{100} . (15%)

6. Let $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ please find $\|A\|_1$ (5%) $\|A\|_2$ (10%) $\|A\|_\infty$ (5%)