

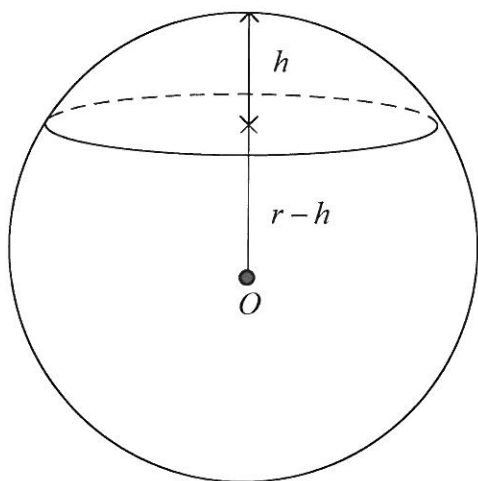
國立臺灣師範大學 103 學年度碩士班招生考試試題

科目：基礎數學

適用系所：科學教育研究所

注意：1.本試題共 1 頁，請依序在答案卷上作答，並標明題號，不必抄題。2.答案必須寫在指定作答區內，否則不予計分。

1. (15 分) 假設 $f(x) = \int_0^{x^2} \sin(t^2) dt$ ，求 $f''(x)$ 。
2. (15 分) 求極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{i^2}{n^3}$ ，陳述你的理由。
3. 假設 S 表示空間中拋物面 $z = x^2 + y^2$ 與平面 $x = z$ 交集所形成之曲線。
 - (a) (5 分) 試問曲線 S 投影在 xy -平面構成何種圖形？
 - (b) (10 分) 試問曲線 S 在 z 方向的最高點為何？
 - (c) (10 分) 已知曲線 S 通過 $P(1/2, 1/2, 1/2)$ ，求 S 在 P 點處的切線參數式。
4. (15 分) 現有一半徑為 r 的球體，假設我們從某一半徑垂直的方向切下一片高度為 h 的蓋子(見下圖)，求這片蓋子的體積。



5. 假設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 。
 - (a) (10 分) 試問 A 是否為可逆矩陣，陳述你的理由。
 - (b) (10 分) 求 A 的所有特徵值及其對應的特徵向量。
6. (10 分) 求平面 $x + 2y + z = 0$ 上的正交投影矩陣。