

系所組別： 生物醫學工程學系甲、乙、丁組

考試科目： 工程數學

考試日期：0222，節次：3

※ 考生請注意：本試題不可使用計算機。請於答案卷(卡)作答，於本試題紙上作答者，不予計分。

1. (30 分)對一個矩陣 $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ 而言，回答下列問題：
- (a) 求 A 之 Eigenvalue 和 Eigenvectors.(10 分)
- (b) 是否對任何 A 而言均可找到一個 Nonsingular matrix Q 使得 $Q^{-1}AQ$ 成為對角矩陣？如果可以則 Q 為何？如果不能則為什麼？。(10 分)
- (c) 試求 A^{-1} 並運算是否 $AA^{-1} = I$ ？(10 分)
2. (10 分) 有一個函數 $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$
- (a) 試求 $\nabla f = ?$ (5 分)
- (b) 在點 P: (1, 1, 1) 處在方向為 $\vec{a} = -i + j - k$ $a = -i - j + k$ 之變化率為何？(5 分)
3. (10 分) $F(r) = 5zi + xyj + x^2zk$ 試求 $\int_c F(r)dr$ 其中 c 為 從(1, 1, 1) 至 (0, 0, 0) 之直線.
4. (20 分) 解下列常微分方程式； $\ddot{y}(x) + 3\dot{y}(x) + 2y(x) = e^{-x} + x$
 $\dot{y}(0) = y(0) = 0$
5. (30 分) 解下列常微分方程式，且 $y(0) = 0$ ， $\dot{y}(0) = 0$
- (a) $\ddot{y}(x) + 4y(x) = \sin 3x$ (10 分)
- (b) $\ddot{y}(x) + 4y(x) = \sin 2x$ (10 分)
- (c) 從上述結果說明共振現象。(10 分)