

國立高雄大學 103 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：基礎數學
考試時間：100 分鐘

系所：統計學研究所
本科原始成績：100 分

是否使用計算機：否

1. 計算下列各式：

(1) 【5 分】 $\frac{d}{dx} \left(\frac{2x}{5x^2+3x-1} - \tan(\sin x) + \ln(x^2 + 3) + e^{2x-1} \right)$

(2) 【5 分】 $\int \left(\frac{1}{x} + \sin x + e^{2x-1} + 3x^2 \right) dx$

(3) 【5 分】 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \sin \frac{1}{x}$

(4) 【5 分】 $\int_0^2 \int_{x^2}^{2x} (4x + 2) dy dx$

2. 請說明以下定理：

(1) 【5 分】 均值定理 (Mean Value Theorem)

(2) 【5 分】 中間值定理 (Intermediate Value Theorem)

(3) 【10 分】 微積分基本定理 (第一與第二)

3. 【10 分】 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n!n!}$

4. 【10 分】 計算矩陣 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{pmatrix}$ 的反矩陣。

5. 【10 分】 證明 $(A + UBV)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}UBV(I + A^{-1}UBV)^{-1}A^{-1}$

6. 【10 分】 計算矩陣 $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -7 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ 的特徵值 (eigenvalue)。

7. 【10 分】 設轉移矩陣為 $A = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.2 \\ 0.1 & 0.7 & 0.2 \\ 0.5 & 0.1 & 0.6 \end{pmatrix}$ ，試計算 $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$

8. 【10 分】 何謂光譜分解 (spectral decomposition) ？