國立中山大學101學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目：統計學【財管系碩士班】

考題說明：

- 全部為填充題，不需列出計算式，只需在答案卷寫出答案即可，請盡可能將答案寫在答案卷的第一頁與第二頁。
- 請務必依題目順序作答。作答時請務必標明「格號」。舉例來說，針對第(1)格的答案，請在答案之前註明(1)；針對第(甲)格的答案，請在答案之前註明(甲)。
- 每題後面皆有針對該題各格答案作出要求或限制，請遵循其要求作答，違者不予計分。空格答案需全對才給分。

第一部份(每格5分，共計60分)：

1. 研究者希望估計某區域22歲~30歲人口的失業率，由該區域內22歲~30歲人口中隨機抽取100人，失業者有5人，則該區域22歲~30歲人口失業率的雙尾95%信賴區間下限與上限分別為____(1)____。(請依序寫出答案，並四捨五入至小數點以下第三位。)

2. 假設兩組樣本的樣本數皆為59，分別來自不同母體，但母體皆為常態分配。研究者想檢定這兩群母體變異數是否相等，可以從某特殊分配的表格中取得臨界值。若另一隨機變數X正好服從該特殊分配，則期望值$E(X)=$____(2)____。(請以最簡分數表示。)

3. 某食品製造商想檢定A、B兩種飲料受歡迎的程度是否有差異，隨機在五家便利超商收集這兩種飲料在某一週的銷售量，如下表所示：

超商編號	編號一	編號二	編號三	編號四	編號五
A飲料銷售量	105	89	88	120	98
B飲料銷售量	100	91	80	116	93

假設兩種飲料的銷售量皆為常態分配。依據上述資料，研究者可得到檢定統計量的值為____(3)____；進行檢定時，其臨界值可以從____(4)____分配的表格中取得。(第(3)格請四捨五入至小數點以下第一位；第(4)格請完整寫出該分配名稱與參數。)

(下頁還有試題)

國立中山大學101學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

4. 某車款有五種顏色可供客戶選擇：藍色、香檳金、紅色、白色、黑色。公司營業部隨機抽查250份訂單，車款顏色分佈如下：

顏色	藍	香檳金	紅	白	黑
數量	58	50	38	42	62

營業部研究人員想檢定各顏色受歡迎的程度是否相同，則檢定統計量的值為____(5)____；進行檢定時，其臨界值可以從____(6)____分配的表格中取得。(第(5)格請四捨五入至小數點以下**第一位**；第(6)格請完整寫出該分配名稱與參數。)

5. 研究者使用迴歸分析研究 X 與 Y 之間的關係，設定的模型為 $Y=\beta X+\varepsilon$，其中 ε 為誤差項。樣本數據如下：

y	1	2	3	4	5	6	7	8
x	3	2	1	0	4	7	5	6

以最小平方法估計得到 β 的估計值為____(7)____。(請以最簡分數表示。)

6. 使用 Black-Scholes 選擇權評價模型來計算股權連結選擇權理論價格時，假設標的物股價為____(8)____分配。(請寫出分配名稱。)

7. 在常見隨機變數之分配中，____(9)____分配具有無記憶(memoryless)性質。(請寫出兩種分配名稱，一為離散型，另一為連續型，全對才給分。)

8. 隨機變數 X 與 Y 的聯合機率函數為 $f(x,y)=\begin{cases}k & if \quad 0<x<y<4\\ 0 & otherwise\end{cases}$，其中 k 值應為____(10)____，$f(x,y)$ 才會是良好定義之聯合機率函數。此外，期望值 $E(Y)=$____(11)____，共變異數 $Cov(X,Y)=$____(12)____。(請皆以最簡分數表示。第(11)與(12)格請勿帶有符號 k。)

(下頁還有試題)

第二部份 (每格 8 分，共計 40 分)：

9. 隨機變數 X 與 Y 彼此獨立，X 服從指數分配，機率密度函數為

$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & if \quad x>0 \\ 0 & otherwise\end{cases}$；$Y$ 服從 $Gamma$ 分配，機率密度函數為

$f(y)=\begin{cases}\lambda^2 ye^{-\lambda y} & if \quad y>0 \\ 0 & otherwise\end{cases}$。令隨機變數 $W=\dfrac{X}{X+Y}$，則 W 的機率密度函數

為___(甲)___，而且 W 的中位數等於___(乙)___。(第(甲)格請詳細寫出不同的 w 範圍所對應之機率密度函數；第(乙)格請以分數表示。)

10. 隨機樣本 $X_i \overset{i.i.d}{\sim} U(0,1)$，$i=1,2,3,4$。令 $Y=\max\limits_{1\le i\le 4} X_i$ 且 $W=\min\limits_{1\le i\le 4} X_i$，則全距 $R=Y-W$ 的期望值為___(丙)___，變異數為___(丁)___。(請皆以最簡分數表示。)

11. 令 $X_i \overset{i.i.d}{\sim} f(x)$，$i=1,2,3,\ldots,n$，$n$ 為非常大之正整數。欲檢定 $f(x)$ 為均云 $U(0,2)$ 分配或指數 $Exp(1)$ 分配，虛無假設為 $H_0: X_i \sim U(0,2)$，對立假設為 $H_1: X_i \sim Exp(1)$，在顯著水準 5%之下，經推導後得到拒絕域為 $\sum_{i=1}^{n} X < h(n)$，其中 $h(n)$ 為___(戊)___。(請以 n 的函數表示。)

(試題結束)