

國立高雄第一科技大學 97 學年度 碩士班 招生考試 試題紙

系所別：企業管理研究所

組別：甲組

考科代碼：3412

考科：微積分

注意事項：

- 1、本科目可使用本校提供之電子計算器。
- 2、請於答案卷上規定之範圍作答，違者該題不予計分。

1. 試求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x}$ ，其中 e 為自然對數。 (8分)

2. 試求曲面： $x^3 + y^3 = 3xyz$ ，在點 $(1, 2, \frac{3}{2})$ 的切面方程式。 (10分)

3. 請利用 Lagrange method，求解： $\min\{x^2 + y^2 + z^2\}$ s.t. $xy + 1 = z$ (8分)

4. 求函數 $f(x, y)$ 之極值， $f(x, y) = x^3 - 3x^2y + y^3$ (8分)

5. 若 $F(x, y) = \int_0^{x^2y} \cos \sqrt{t} dt$ ，在點 $(x, y) = (\pi, 1)$ ，求 $\frac{\partial F}{\partial x}$ 之值。 (8分)

6. 若 $f'(x)$ 屬於連續函數，且 $\int_0^1 (f(x) + f'(x)e^x) dx = 2$ ， $f(1) = 1$ ，求 $f(0)$ 之值。 (8分)

7. 若 $g(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt, x > 0$ ，試證明 $g(x+1) = x \cdot g(x)$ (8分)

8. 試求 $\int_0^1 \frac{x \ln(1+x^2)}{1+x^2} dx$ (8分)

9. 試求 $\int_{\pi/4}^{\pi/2} x^4 \sin^3 x dx$ (8分)

10. 請判斷級數的斂散性： $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{3}{9 \times 11} + \frac{4}{13 \times 15} + \dots$ (8分)

11. 若 $f(x, y) = x^8 + \ln(1+x^3)$ ，求 $f^{(38)}(0)$ 之值。 (8分)

12. 請證明： $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ (10分)