國立屏東教育大學97學年度研究所碩士班
入學考試
線性代數 試題
（應用數學系碩士班）

※請注意：1.本試題共二頁。
2.答案須寫在答案卷，否則不予計分。

問答題（共100分）

一、Diagonalize the matrix $A=\begin{bmatrix}-3 & 5\\ -2 & 4\end{bmatrix}$, and compute A^{19}. （10%）

二、Let $L: R^n \to R^m$ be a linear transformation. Than there exists a unique $m \times n$ matrix A such that $L(x)=Ax$ for x in R^n. （10%）

三、Find the eigenvalues and corresponding eigenspaces of the matrix $A=\begin{bmatrix}5 & 4 & 2\\ 4 & 5 & 2\\ 2 & 2 & 2\end{bmatrix}$. （15%）

四、Let $L: P_2 \to P_2$ be the linear transformation defined by $L(at^2+bt+c)=(a+2b)t+(b+c)$.

1. Is $-4t^2+2t-2$ in $\ker L$?
2. Find a basis for $\ker L$. （15%）

五、Find the rank for each of the following matrices: （10%）

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$, (b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 5 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

六、Find the inverse of the matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}$ if it exists. （10%）

七、Let M be an $n \times n$ matrix and $M' = -M$, where M' is the transpose of M. Prove that $\det T = 0$ whenever n is odd, where $\det T$ is the determinant of T. （10%）

八、Find the Jordan form of matrix $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. （10%）

九、Suppose $M = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & a & b & c \\ c & d & a & b \\ b & c & d & a \end{pmatrix}$, where $a+b+c+d=0$. Find $\det M$, the determinant of M. （10%）