

國立中央大學97學年度碩士班考試入學試題卷

所別：地球物理研究所碩士班 一般生 科目：微積分 共二頁 第一頁

學位：在職生

\*請在試卷答案卷(卡)內作答

作答時須列出完整計算過程

1. (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2x}{x^3} = ?$  (5%)      (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right] = ?$  (5%)

2. (a)  $\frac{d^2}{d\theta^2} \cos^{-1} \theta = ?$  (5%)      (b)  $y = x^x, \frac{dy}{dx} = ?$  (5%)

3. (a)  $\int_0^1 \frac{3t^2}{(1+t^3)^2} dt = ?$  (5%)      (b)  $\int x^3 \cos x dx = ?$  (5%)

4. (a) 證明內接於半徑為  $a$  之圓內的所有矩形中，最大面積者為正方形。(5%)

(b) 求內接於半徑為  $a$  之球內的所有正圓錐體中，最大體積者之高度與球半徑之關係。(5%)

5. (a) 求以  $(0, 1, 2), (3, 4, 5), (-1, -1, 0)$  為頂點之三角形面積及通過此三點之平面方程式。(5%)

(b) Find the equation of the plane tangent to the graph of

$$f(x, y) = \frac{(x^2 + y^2)}{xy} \text{ at } (x_0, y_0) = (1, 2). \quad (5\%)$$

6. 以泰勒級數將  $\frac{1}{(1+x^2+x^4)}$  在  $x_0 = 1$  處，展開至  $(x-x_0)^3$  項。(10%)

參考用

注意：背面有試題

國立中央大學97學年度碩士班考試入學試題卷

所別：地球物理研究所碩士班 一般生 科目：微積分 共二頁 第二頁  
學位在職生

\*請在試卷答案卷(卡)內作答

7. Find the length of the curve  $y = \sqrt{1-x^2}$  for  $x$  in  $[-1, 1]$ . (10%)

8. Find the center of mass of the hemispherical region  $W$  defined by the inequalities  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0$ . (Assume constant density). (10%)

9. Let  $C$  be the boundary of the rectangle with sides  $x=1, y=2, x=3,$  and  $y=3$ . Evaluate the integral  $\int_C (xy^2 - y^3)dx + (-5x^2 + y^3)dy$  in counterclockwise sense. (10%)

10. (a)  $\int_{-L}^L \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} dx = ?$  ( $m, n$  為整數) (5%)

(b)  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = ?$  (5%)

注意：背面有試題