

本試題是否可以使用計算機：可使用，不可使用（請命題老師勾選）

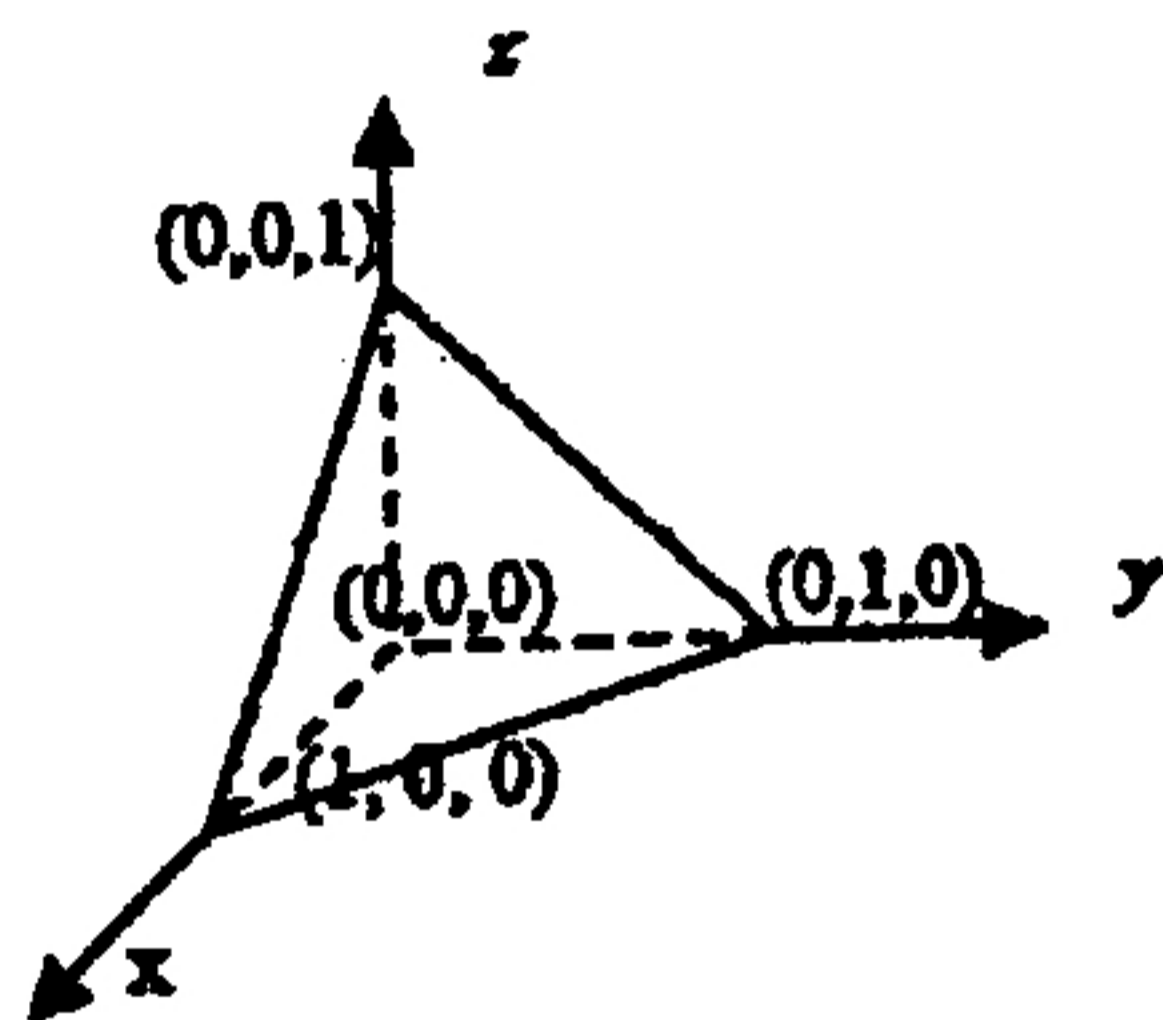
考試日期：0301，節次：3

1. 解 $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + y(t) = \cos t$? (7%)

2. 解 $x'(t) + x(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 1 \\ 1, & 1 \leq t < \infty \end{cases}$ $x(0) = 0$? (7%)

3. 解 $y(t) = 1 + \int_0^t (t-\tau)y(\tau)d\tau$? (7%)

4. $\vec{F} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$ ，S 為如圖四面體之包絡表面，計算 $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dA$?

其中 \vec{n} 為單位外法向量， dA 為表面積單元。(10%)

5. 若 $u = \sin(x+y+z)$ ， $\vec{s} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ，計算(a) $|\nabla u|$ 在 $(1, 1, 1)$ 處之極值？(b) u 在 $(2\pi, 0, \pi)$ 處往 \vec{s} 之方向

導數？(c) $\nabla \times \nabla u = ?$ (15%)

6. 對 $f(x) = x$ ， $0 \leq x \leq 1$ ，進行 Fourier 1/4 幅正弦級數與 1/4 幅餘弦級數(quarter range sine & cosine)展開？(12%)

7. 對 $f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$ ，分別進行(a) Fourier 變換？(b) Fourier 積分？(12%)

8. (a) 求 $[A] = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ 之列簡化梯狀矩陣(row reduced eschelon matrix)？(6%)

(b) 求 $[A]$ 之秩？(4%)

(c) 求 $[A] = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{cases} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$ 之解空間(solution space)？(6%)

(d) 由(c)求該解空間之維度？(4%)

9. 解 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$ ，已知條件： $u(0, t) = 0$ ， $0 < t$ ； $u(1, t) = 0$ ， $0 < t$ ； $u(x, 0) = x(1-x)$ ， $0 < x < 1$ 。(10%)